

UNCERTAINTY

357353 – Artificial Intelligence
Choopan Rattanapoka

ความไม่แน่นอน (Uncertainty)

- ความไม่แน่นอน หมายถึง สถานะภาพความลังเล สงสัย ไม่แน่ใจ หรือไม่มั่นใจ ส่งผลให้สถานการณ์เกิดความไม่มั่นคง และผลลัพธ์เกิดความไม่แน่นอน
- ความไม่แน่นอน อาจทำให้เกิดความเบี่ยงเบนของข้อมูลซึ่งเกิดมาจากปัจจัยต่างๆ เช่น
 - ข้อมูลไม่ครบถ้วน มีเพียงบางส่วน
 - หลักฐานยืนยันความน่าเชื่อถือมีไม่เพียงพอที่จะสร้างความมั่นใจในตัวข้อมูลได้
 - การใช้ภาษามีรูปแบบที่เข้าใจยาก หรือตีความได้ยาก
 - ข้อมูลจากแหล่งอ้างอิงแตกต่างกัน จนเกิดความขัดแย้ง
 - ไม่สามารถชี้แจงข้อมูลด้วยเหตุและผลได้อย่างชัดเจน
 - ข้อมูลอาจได้มาจากการประมาณแบบคร่าวๆ ทำให้เกิดความไม่มั่นใจ
 - แหล่งที่มาของข้อมูลขาดความน่าเชื่อถือ

การอนุมานภายใต้ความไม่แน่นอน

□ ลักษณะของการหาเหตุผล (Reasoning)

▣ **Monotonic** การหาเหตุผลจากข้อเท็จจริงที่มีอยู่ครบถ้วน ไม่เปลี่ยนแปลง

■ ผลของการอนุมานจะได้ข้อสรุปที่เป็นจริงเสมอ

■ ใช้วิธีการทางตรรกศาสตร์ในการอนุมาน

▣ **Nonmonotonic** การหาเหตุผลจากความรู้ที่ไม่สมบูรณ์ ความเที่ยงตรงของการหาเหตุผลขึ้นกับข้อมูลที่มี ข้อมูลเพิ่มก็จะแม่นยำมากขึ้น

■ ผลของการอนุมานจะเป็นจริงในช่วงเวลาหนึ่ง ถ้ามีเหตุผล/ความจริงเพิ่ม ข้อสรุปอาจเปลี่ยนได้

■ ใช้วิธีการทางสถิติหรือคณิตศาสตร์ และการกำหนดค่าความมั่นใจ (Certainty factor) ช่วยในการอนุมาน

การแทนค่าความไม่แน่นอน

- การแทนค่าความไม่แน่นอนสามารถทำได้หลายวิธี ซึ่งแต่ละวิธีจะมีการนำเสนอค่าความไม่แน่นอนด้วยข้อมูลหลายลักษณะ วิธีการพื้นฐานในการแทนค่าความไม่แน่นอนมีดังนี้
 - ▣ การแทนค่าด้วยตัวเลข
 - เป็นวิธีการที่ง่ายและสะดวกที่สุด โดยกำหนดช่วงของตัวเลขเช่น 0 แทนค่าความไม่แน่นอน และเมื่อตัวเลขมากขึ้นแสดงว่าค่าความไม่แน่นอนมากขึ้นด้วย
 - ▣ การแทนค่าด้วยกราฟและแผนภูมิ
 - เป็นวิธีการที่ช่วยลดความไม่มั่นใจและความขัดแย้งที่เกิดจากการกำหนดระดับความไม่แน่นอนด้วยตัวเลข
 - ▣ การแทนค่าด้วยสัญลักษณ์
 - เป็นการแทนค่าความไม่แน่นอนโดยการกำหนดมาตรวัด ซึ่งคล้ายกับการแทนค่าด้วยกราฟ แต่จะมีการกำหนดมาตรวัดอย่างเป็นระดับอย่างชัดเจน

การแก้ปัญหาความไม่แน่นอน

ใช้ทฤษฎีหรือหลักทางคณิตศาสตร์และสถิติ

- ทฤษฎีทางสถิติ

- ▣ ทฤษฎีความน่าจะเป็น

- ▣ ทฤษฎีของ Bayes

- ▣ Bayesian Network

- ทฤษฎีทางคณิตศาสตร์

- ▣ ทฤษฎีของ Dempster and Shafer

- ▣ Fuzzy Logic

พื้นฐานของทฤษฎีความน่าจะเป็น

- ความน่าจะเป็น (Probability) ในทางคณิตศาสตร์จะเป็นค่าที่อยู่ในช่วงระหว่าง 0 (ไม่มีทางเป็นไปได้) ถึง 1 (เป็นไปได้อย่างแน่นอน)
- ค่าความน่าจะเป็นที่มีค่าระหว่าง 0 ถึง 1 หมายถึงมีโอกาสเป็นไปได้ทั้ง 2 กรณี
 - ▣ $P(\text{success}) = \text{จำนวนครั้งที่สำเร็จ} / \text{จำนวนค่าเป็นไปได้ทั้งหมด}$
 - ▣ $P(\text{failure}) = \text{จำนวนครั้งที่ล้มเหลว} / \text{จำนวนค่าเป็นไปได้ทั้งหมด}$
 - ▣ กำหนดให้ จำนวนครั้งที่สำเร็จ(s), จำนวนครั้งที่ล้มเหลว(f)
 - ▣ $P(\text{success}) = s / (s + f)$
 - ▣ $P(\text{failure}) = f / (s + f)$
 - ▣ $P(\text{success}) + P(\text{failure}) = 1$

ตัวอย่างการคำนวณหาค่าความน่าจะเป็น

- จงหาความน่าจะเป็นในการทายค่า 1 ค่าในการโยนลูกเต๋า 1 ลูกแล้วถูก
 - ▣ ลูกเต๋ามี 6 หน้า จำนวนความเป็นไปได้ทั้งหมดในการโยนลูกเต๋า 1 ลูกคือ 6
 - ▣ การทายตัวเลข 1 ค่า หมายความว่า
 - โอกาสที่จะทายถูกมี 1 หน้า
 - โอกาสที่จะทายผิดมี 5 หน้า
 - ▣ $P(\text{success}) = s / (s + f)$
 $= 1 / (1 + 5) = 1 / 6$
 $= 0.167$

ทฤษฎี Bayes (1)

- ทฤษฎี Bayes เป็นทฤษฎีทางด้านสถิติ โดยนำความน่าจะเป็นมาใช้ประเมินความไม่แน่นอนเป็นตัวเลขได้
- ทฤษฎี Bayes จะว่าถึงความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่จะเกิด(A) ถ้ามีเหตุการณ์อีกเหตุการณ์หนึ่งเกิดมาแล้ว(B)
- ทฤษฎี Bayes สามารถเขียนอยู่ในรูปอย่างง่ายคือ

$$P(A|B) = \frac{P(B|A)P(A)}{P(B)}$$

- $P(A|B)$ = ความน่าจะเป็นที่เหตุการณ์ A จะเกิดถ้าเหตุการณ์ B เกิดขึ้นแล้ว
- $P(B|A)$ = ความน่าจะเป็นที่เหตุการณ์ B จะเกิดถ้าเหตุการณ์ A เกิดขึ้นแล้ว
- $P(A)$ = ความน่าจะเป็นที่จะเกิดเหตุการณ์ A
- $P(B)$ = ความน่าจะเป็นที่จะเกิดเหตุการณ์ B

ทฤษฎี Bayes (2)

- ทฤษฎี Bayes สามารถนำมาใช้สำหรับเหตุการณ์ที่มีสมมุติฐาน (H) หลายๆ สมมุติฐานได้จากสูตร

$$P(H_i|E) = \frac{P(E|H_i)P(H_i)}{\sum_{n=1}^k P(E|H_n)P(H_n)}$$

- ▣ $P(H_i|E)$ = ความน่าจะเป็นที่สมมุติฐาน H_i จะเป็นจริงภายใต้เหตุการณ์ E
 - ▣ $P(E|H_i)$ = ความน่าจะเป็นที่เหตุการณ์ E จะเป็นจริงภายใต้สมมุติฐาน H_i
 - ▣ $P(H_i)$ = ความน่าจะเป็นที่สมมุติฐาน H_i จะเป็นจริง
- สูตรของ Bayes เมื่อปัญหาอยู่ในลักษณะของ Binary

$$P(A|B) = \frac{P(B|A)P(A)}{P(B|A)P(A) + P(B|\neg A)P(\neg A)}$$

ตัวอย่าง 1 : การใช้งานทฤษฎี Bayes

- บ๊อบสามารถเดินทางจากบ้านไปทำงานได้ 3 วิธี รถยนต์ รถเมล์ รถไฟ
 - ▣ เนื่องจากรถจะติดมาก ถ้าบ๊อบขับรถมาเองมีโอกาสเข้างานสาย 50%
 - ▣ ถ้าบ๊อบขึ้นรถเมล์ BRT ก็ยังมีบางครั้งที่รถติด บ๊อบจะมีโอกาสเข้างานสาย 20%
 - ▣ แต่ถ้าบ๊อบขึ้นรถไฟมาทำงาน โอกาสที่บ๊อบจะเข้างานสายมีแค่ 1% แต่มีราคาที่ค่อนข้างแพง
- วันหนึ่งบ๊อบมาทำงานสาย หัวหน้างานอยากทราบว่ามีความน่าจะเป็นเท่าไรที่บ๊อบขับรถมาทำงาน โดยหัวหน้าให้ความสำคัญต่อวิธีการเดินทางที่บ๊อบจะเลือกเท่าๆกัน

ตัวอย่าง 1 (ต่อ)

- จากสูตร Bayes

$$P(H_i|E) = \frac{P(E|H_i)P(H_i)}{\sum_{n=1}^k P(E|H_n)P(H_n)}$$

- จากโจทย์สามารถเขียนได้เป็น

$$P(\text{รถยนต์} | \text{สาย}) = \frac{P(\text{สาย} | \text{รถยนต์})P(\text{รถยนต์})}{P(\text{สาย} | \text{รถยนต์})P(\text{รถยนต์}) + P(\text{สาย} | \text{รถเมล์})P(\text{รถเมล์}) + P(\text{สาย} | \text{รถไฟ})P(\text{รถไฟ})}$$

- โดย

- $P(\text{รถยนต์}) = P(\text{รถเมล์}) = P(\text{รถไฟ}) = 1/3$
- $P(\text{สาย} | \text{รถยนต์}) = 0.5$
- $P(\text{สาย} | \text{รถเมล์}) = 0.2$
- $P(\text{สาย} | \text{รถไฟ}) = 0.01$

ตัวอย่าง 1 (ต่อ)

□ แทนค่า

$$\begin{aligned} P(\text{สาย} \mid \text{รถยนต์}) &= \frac{0.5 * (1/3)}{(0.5 * (1/3)) + (0.2 * (1/3)) + (0.01 * (1/3))} \\ &= 0.7042 \end{aligned}$$

สรุป : หักหน้าคาดการณ์ได้ว่า ความน่าจะเป็นที่วันนี้บ๊อบซ์รถยนต์มาทำงานคือ 0.7042

ตัวอย่าง 2

- ในคลินิกแห่งหนึ่งมี 15% คนไข้มีเชื้อ HIV จากผลการตรวจเลือดของคนไข้พบว่า ถ้าคนไข้มีเชื้อ HIV แล้วจะตรวจพบ 95% ถ้าคนไข้ไม่มีเชื้อ HIV ผลตรวจผิดที่บอกว่าคนไข้มีเชื้อ HIV อยู่ที่ 2%
 - ▣ ถ้าผลตรวจพบว่าคนไข้มีเชื้อ HIV จงหาความน่าจะเป็นที่คนไข้
 - มีเชื้อ HIV
 - ไม่มีเชื้อ HIV
 - ▣ ถ้าผลตรวจพบว่าคนไข้ไม่มีเชื้อ HIV จงหาความน่าจะเป็นที่คนไข้
 - มีเชื้อ HIV
 - ไม่มีเชื้อ HIV

ตัวอย่าง 2 (ต่อ)

- กำหนดให้

- H แทน คนไข้ที่มีเชื้อ HIV

- P แทน ผลตรวจที่บอกว่าคนไข้มีเชื้อ HIV

- จากโจทย์เราสามารถทราบ

- $P(H) = 0.15$

- $P(P | H) = 0.95$

- $P(P | \neg H) = 0.02$

- โจทย์ต้องการให้หา

- $P(H | P)$, $P(\neg H | P)$, $P(H | \neg P)$ และ $P(\neg H | \neg P)$

ตัวอย่าง 2 (ต่อ)

□ แก้ปัญหา **$P(H | P)$**

$$\begin{aligned} P(H | P) &= \frac{P(P | H) P(H)}{P(P | H)P(H) + P(P | \neg H)P(\neg H)} \\ &= \frac{0.95 * 0.15}{(0.95*0.15) + (0.02*0.85)} \\ &= 0.8934 \end{aligned}$$

□ แก้ปัญหา **$P(\neg H | P)$**

$$P(\neg H | P) = 1 - P(H | P) = 0.1066$$

□ แก้ปัญหา **$P(H | \neg P)$**

$$\begin{aligned} P(H | \neg P) &= \frac{P(\neg P | H) P(H)}{P(\neg P | H)P(H) + P(\neg P | \neg H)P(\neg H)} \\ &= \frac{0.05 * 0.15}{(0.05*0.15) + (0.98*0.85)} \\ &= 0.008923 \end{aligned}$$

□ แก้ปัญหา **$P(\neg H | \neg P)$**

$$\begin{aligned} P(\neg H | \neg P) &= 1 - P(H | \neg P) \\ &= 0.99107 \end{aligned}$$

แบบฝึกหัด 1

- ในการตรวจสอบผู้ติดยาเสพติดในบริษัทแห่งหนึ่ง
- ซึ่งเครื่องมือวัดผู้ติดยาเสพติดมีความแม่นยำถึง 99% ในการตรวจสอบผู้ที่ติดยาเสพติด
- และมีความแม่นยำ 99% ในการบ่งบอกผู้ที่ไม่ติดยาเสพติด
- ในบริษัทนี้มีผู้ติดยาเสพติดจริงประมาณ 0.5%
- จงหาความน่าจะเป็นที่
 - ▣ การตรวจสอบจะให้ผลติดยาสำหรับผู้ติดยา
 - ▣ การตรวจสอบจะให้ผลติดยาสำหรับผู้ที่ไม่ติดยา

แบบฝึกหัด 2

- แมรีจะแต่งงานพรุ่งนี้ซึ่งจะจัดงานกลางแจ้งในเขตประเทศทะเลทราย ซึ่งจากสถิติที่ผ่านมาจะมีฝนตก 5 วันต่อปีเท่านั้น โชคร้ายที่นักพยากรณ์อากาศได้คาดการณ์ว่าฝนจะตกในวันพรุ่งนี้ เมื่อนักพยากรณ์อากาศคาดการณ์เรื่องฝนตก ฝนจะตกจริง 90% จงหาความน่าจะเป็นที่ฝนจะตกในวันแต่งงานของแมรี (กำหนดให้ 1 ปี มี 365 วัน)

สูตรพื้นฐานของความน่าจะเป็น

□ สูตรพื้นฐานของความน่าจะเป็น ที่ถูกใช้บ่อยกับการเรียนรู้แบบ Bayes

▣ กฎผลคูณ : ความน่าจะเป็น $P(A \wedge B)$ ที่ 2 เหตุการณ์ A และ B จะเกิดขึ้นพร้อมๆกัน (เขียนย่อได้เป็น $P(A, B)$)

$$P(A \wedge B) = P(A | B)P(B) = P(B | A)P(A)$$

▣ กฎผลรวม : ความน่าจะเป็น $P(A \vee B)$ ที่ 2 เหตุการณ์ A หรือ B เหตุการณ์ใดเหตุการณ์หนึ่งจะเขียนขึ้นหรือเกิดพร้อมกัน

$$P(A \vee B) = P(A) + P(B) - P(A \wedge B)$$

Bayesian Belief Network

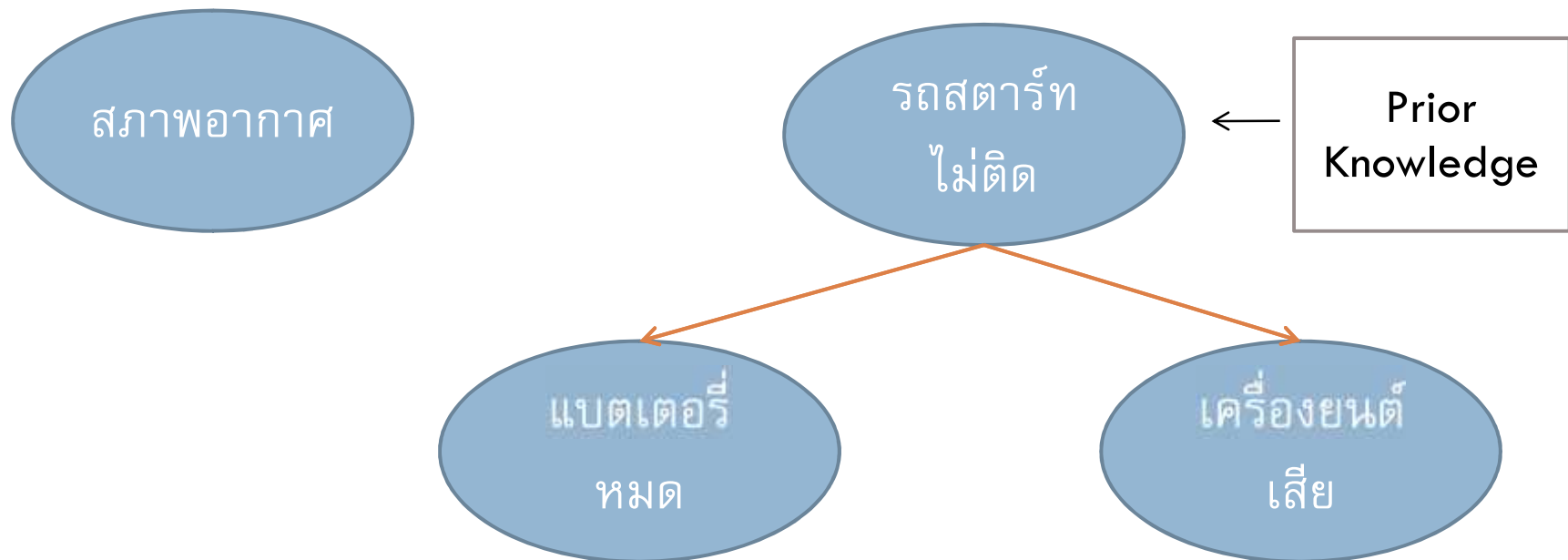
- Bayesian belief network เป็นแบบจำลองกราฟของความน่าจะเป็น หรือเรียกอีกชื่อหนึ่งว่า “Bayes net”
- เป็นวิธีการเรียนรู้ที่ลดข้อจำกัดของเรียนรู้ Bayes อย่างง่ายในสมมุติฐานความไม่ขึ้นต่อกันระหว่างคุณสมบัติ
- Bayesian network ใช้อธิบายความไม่ขึ้นต่อกันอย่างมีเงื่อนไข (condition independent) ระหว่างตัวแปร
- ความสัมพันธ์ของแต่ละโหนดจะไม่วนกลับมาหาโหนดเดิม
- แต่ละโหนดจะมีความสัมพันธ์กันตามทิศทางที่แบบจำลองนำเสนอ

โครงสร้างของ Bayesian Network

- โหนดทั้งหมดใน Bayesian Network แต่ละโหนดจะแทนด้วยตัวแปรต่างๆที่เกี่ยวข้องกับเหตุการณ์หรือข้อมูลที่สนใจ
- การเชื่อมต่อระหว่างคู่โหนดด้วยลูกศร ถ้าลูกศรจากโหนด X ชี้ไปหาโหนด Y จะเรียกว่า โหนด X เป็นโหนดพ่อแม่(parents) ของ Y
- แต่ละโหนด X_i จะมีเงื่อนไขการกระจายความน่าจะเป็น $P(X_i | \text{parents}(X_i))$ ซึ่งส่งผลต่อโหนดพ่อแม่ของแต่ละโหนด

ตัวอย่าง: โครงสร้างของ Bayesian Network

- Bayesian network ถูกนำมาอธิบายความไม่ขึ้นต่อกันอย่างมีเงื่อนไข จึงทำให้อาจมีบางโหนดไม่มีความสัมพันธ์ใดๆ กับโหนดที่เหลือก็ได้



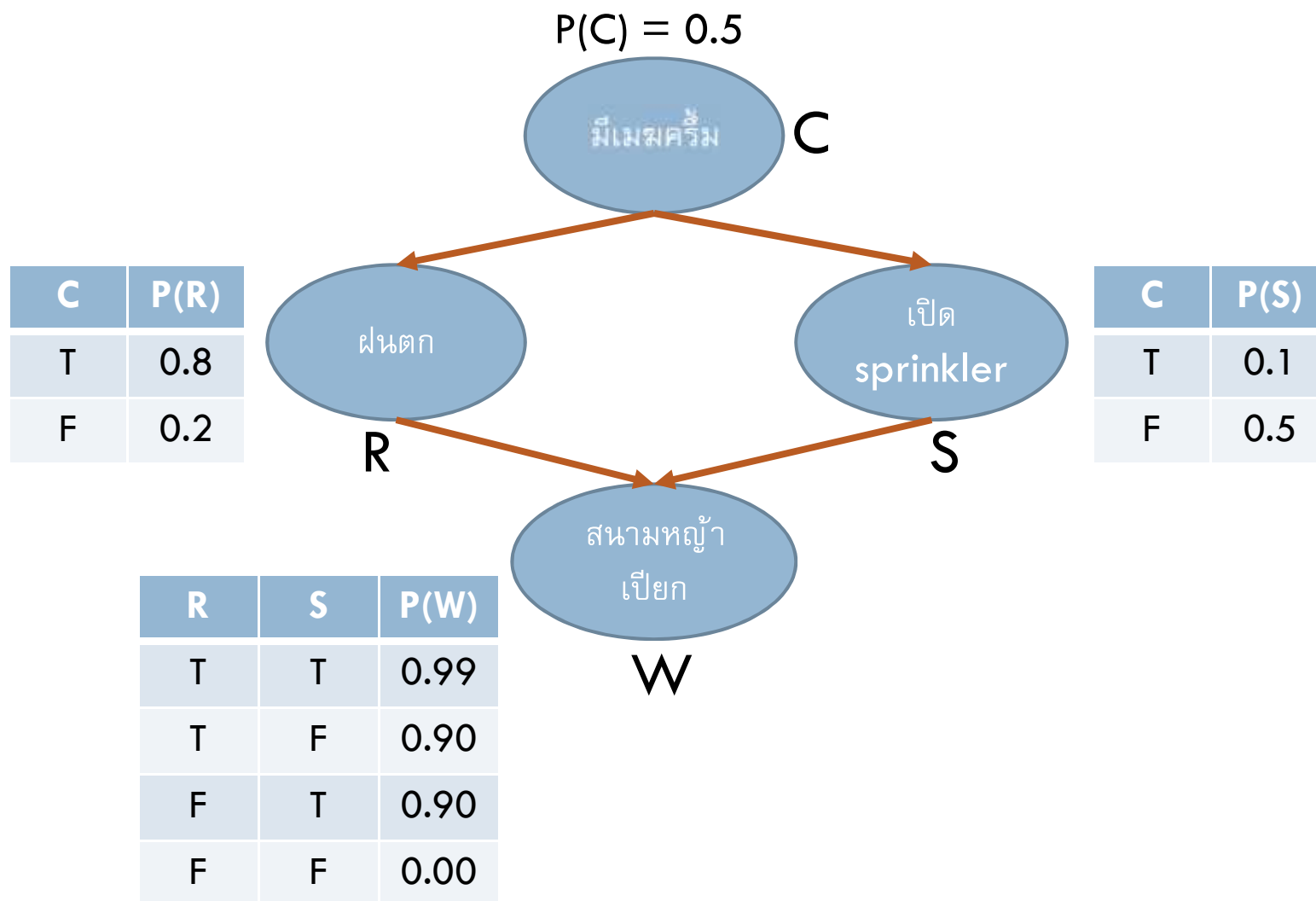
ทฤษฎีของ Bayesian Network

- ความไม่ขึ้นต่อกันอย่างมีเงื่อนไข (Condition Independent)
 - X ไม่ขึ้นกับ Y อย่างมีเงื่อนไข คือ ความน่าจะเป็นของ X ไม่ขึ้นอยู่กับค่าของ Y เมื่อรู้ค่า Z

$$P(X | Y, Z) = P(X | Z)$$

- ความไม่ขึ้นต่อกันอย่างมีเงื่อนไข ทำให้การหาความน่าจะเป็นของตัวแปรที่ต้องการง่ายขึ้นโดยไม่ต้องสนใจตัวแปร อื่น เช่น
 - ฟาร์ร้อง จะไม่ขึ้นกับ ฝนตก เสมอไป ถ้ารู้ว่าเกิดฟ้าแลบ
 - เนื่องจากเมื่อเกิด ฟ้าแลบ แล้วจะตามมาด้วยฟาร์ร้อง เสมอ
 - $P(\text{ฟาร์ร้อง} | \text{ฝนตก}, \text{ฟ้าแลบ}) = P(\text{ฟาร์ร้อง} | \text{ฟ้าแลบ})$

ตัวอย่าง: Bayesian Network



ความน่าจะเป็นร่วม (Joint Probability)

- ใน **Bayesian Network** ตัวแปรแต่ละตัวจะมีความน่าจะเป็นเฉพาะที่อาจเป็นความน่าจะเป็นของโหนดเริ่มต้น หรือ ความน่าจะเป็นที่ได้จากความสัมพันธ์มากกว่าหนึ่งโหนด โดยความน่าจะเป็นที่มาจากตัวแปรมากกว่าหนึ่งตัวเรียกว่า **“ความน่าจะเป็นร่วม”**

- สมการของความน่าจะเป็นร่วมมีดังนี้

$$P(x_1, x_2, \dots, x_n) = \prod_{i=1}^n P(X_i | \text{Parents}(X_i))$$

- **Parents(X_i)** หมายถึง โหนดพ่อแม่โดยตรงของ X_i

ตัวอย่าง 3

- จาก **Bayesian network** ที่แสดงความน่าจะเป็นของสนามหญ้าเปียก จงหาความน่าจะเป็นที่สนามหญ้าจะเปียกเพราะฝนตก โดยที่ **sprinkler** ไม่ได้ทำงาน โดยสภาพของอากาศในตอนนั้นไม่มีเมฆครึ้ม

$$\begin{aligned} P(W, \neg S, R, \neg C) &= P(W | \neg S, R) P(\neg S | \neg C) P(R | \neg C) P(\neg C) \\ &= 0.90 * 0.5 * 0.2 * 0.5 \\ &= 0.0450 \end{aligned}$$

ตอบ : ความน่าจะเป็นที่สนามหญ้าจะเปียกเพราะฝนตกโดยที่ **sprinkler** ไม่ได้ทำงาน และอากาศไม่มีเมฆครึ้ม คือ 0.045 (4.5%)

ค่าความไม่แน่นอน (Certainty Factor)

- เป็นวิธีการเลือกอีกทางหนึ่งนอกเหนือจากการใช้ Bayesian Network
- ค่าของ CF (Certainty Factor) จะมีค่าตั้งแต่ -1 ถึง 1

Term	Certainty Factor
ไม่ใช่อย่างแน่นอน	-1.0
เกือบจะไม่ใช่อย่างแน่นอน	-0.8
ไม่น่าจะเป็นไปได้	-0.6
อาจจะไม่ใช่	-0.4
ไม่ทราบแน่ชัด	-0.2 ถึง +0.2
อาจจะใช่	+0.4
มีความเป็นไปได้ว่าใช่	+0.6
เกือบจะใช่อย่างแน่นอน	+0.8
ใช่อย่างแน่นอน	+1.0

CF ในระบบผู้เชี่ยวชาญ

- ค่า CF ในระบบผู้เชี่ยวชาญจะนำมาใช้ควบคู่กับฐานองค์ความรู้ ซึ่งมีความเกี่ยวข้องกับกฎต่างๆ ที่ใช้ในการสร้างฐานองค์ความรู้ โดยมีโครงสร้างดังนี้

IF <เหตุการณ์(Evidence :E)>
THEN <สมมุติฐาน(Hypothesis: H) {CF}

- CF ใช้เพื่อบ่งบอกความน่าเชื่อถือได้ว่า เหตุการณ์ (E) จะส่งผลให้เกิด สมมุติฐาน(H)
- การหาค่าความไม่แน่นอน
 - ▣ $CF(H, E) = CF(E) \times CF$

การใช้งาน

□ IF ท้องฟ้าโปร่งใส

THEN อากาศแจ่มใส {CF 0.8}

□ กำหนดให้ CF ของท้องฟ้าโปร่งใสคือ 0.5

□ สามารถคำนวณหาค่า CF ของอากาศวันนี้ที่มีเงื่อนไขสัมพันธ์กับท้องฟ้าโปร่งใสดังนี้

$$\begin{aligned}\square C(H, E) &= CF(E) \times CF \\ &= 0.5 \times 0.8 \\ &= 0.4\end{aligned}$$

สรุปได้ว่า วันนี้อากาศอาจจะแจ่มใส

การใช้ CF กับกฎที่ซับซ้อนมากขึ้น

- ในความเป็นจริงกฎที่ใช้ในระบบผู้เชี่ยวชาญจะมีความซับซ้อน และมีการเชื่อมโยงกฎมากกว่า 1 ข้อ
- เช่น ถ้า **A** และ **B** แล้ว **C** เป็นต้น
- ในกรณีที่จะต้องเชื่อมโยงกฎมากกว่า 1 ข้อ การหาค่า **CF** จะแตกต่างจากเดิมตามสมการ
 - กฎการ **Conjunction**
 - $CF(H, E_1 \wedge E_2 \wedge \dots \wedge E_n) = \min[CF(E_1), CF(E_2), \dots, CF(E_n)] \times CF$
 - กฎการ **Disjunction**
 - $CF(H, E_1 \vee E_2 \vee \dots \vee E_n) = \max[CF(E_1), CF(E_2), \dots, CF(E_n)] \times CF$

ตัวอย่าง 4

- IF ท้องฟ้าปลอดโปร่ง

AND การพยากรณ์ว่าอากาศแจ่มใส

THEN ควรจะใส่แว่นตากันแดด {CF 0.8}

- กำหนดให้ CF ของท้องฟ้าปลอดโปร่ง(E_1)คือ 0.9
- กำหนดให้ CF ของการพยากรณ์ว่าอากาศแจ่มใส(E_2)คือ 0.7
- ต้องการหา CF ของการใส่แว่นตากันแดด
 - ▣ $CF(H, E_1 \wedge E_2) = \min[(CF(E_1), CF(E_2))] \times CF$
 $= \min[0.9, 0.7] \times 0.8$
 $= 0.7 \times 0.8 = 0.56$
- สรุป : วันนี้มีความเป็นไปได้ว่าควรจะสวมแว่นตากันแดด

การรวมค่า CF ที่ให้ผลลัพธ์เดียวกัน

- ถ้ามีหลายกฎที่ให้ผลลัพธ์เดียวกัน จะต้องคำนวณหาค่า CF สุดท้าย

$$CF(CF_1, CF_2) = CF_1(H, E_1) + (CF_2(H, E_2) \times [1 - CF_1(H, E_1)])$$

- ตัวอย่าง

- Rule: 1

- if วันนี้ฝนตก

- then พรุ่งนี้ฝนจะตก {cf 0.5}

- Rule: 2

- if วันนี้ร้อน

- then พรุ่งนี้ฝนจะตก {cf 0.8}

- ถ้าข้อเท็จจริงของวันนี้คือ ฝนกำลังตกอยู่ แล้ว ร้อน (CF 0.7)

- สำหรับกฎข้อที่ 1 : $CF_1(H | E_1) = CF_1(E) * CF_1 = 1.0 * 0.5 = 0.5$

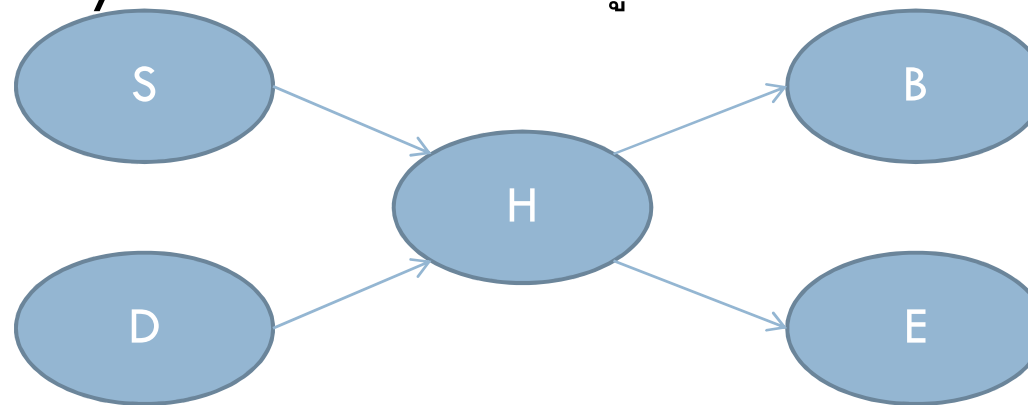
- สำหรับกฎข้อที่ 2 : $CF_2(H | E_2) = CF_2(E) * CF_2 = 0.7 * 0.8 = 0.56$

- ดังนั้น CF รวมคือ $CF(CF_1, CF_2) = 0.5 + (0.56 \times [1 - 0.5]) = 0.5 + 0.28 = 0.78$

- สรุป พรุ่งนี้มีความเป็นไปได้ว่าฝนจะตกอย่างแน่นอน

แบบฝึกหัด 1

- สูบบุหรี่ หรือ การกินอาหารไม่ถูกสุขลักษณะ หรือทั้งคู่จะทำให้เกิดโรคหัวใจ
- โรคหัวใจ จะทำให้เกิด ความดันสูง หรือ การเต้นของหัวใจผิดจังหวะ
- สามารถเขียน **Bayesian network** ได้ดังรูป



- กำหนดให้
 - ▣ S คือ สูบบุหรี่ (smoking)
 - ▣ D คือ การกินอาหารไม่ถูกสุขลักษณะ (bad diet)
 - ▣ H คือ โรคหัวใจ (Heart disease)
 - ▣ B คือ ความดันสูง (High blood pressure)
 - ▣ E คือ การเต้นของหัวใจผิดจังหวะ (abnormal electrocardiogram)

แบบฝึกหัด 1 (ต่อ)

□ จากการสำรวจพบว่า

- คนที่สูบบุหรี่คิดเป็น 30% ของคนทั้งหมด
- คนที่กินอาหารไม่ถูกสุขลักษณะคิดเป็น 40% ของคนทั้งหมด
- คนที่เป็นโรคหัวใจ เนื่องด้วยสูบบุหรี่และกินอาหารไม่ถูกสุขลักษณะมี 80%
- คนที่เป็นโรคหัวใจ เนื่องด้วยการกินอาหารไม่ถูกสุขลักษณะแต่ไม่สูบบุหรี่มี 50%
- คนที่เป็นโรคหัวใจ เนื่องด้วยสูบบุหรี่แต่ไม่กินอาหารที่ไม่ถูกสุขลักษณะมี 40%
- คนที่เป็นโรคหัวใจ โดยที่ไม่สูบบุหรี่และไม่กินอาหารที่ไม่ถูกสุขลักษณะมี 10%
- คนที่เป็นความดันสูงเนื่องจากโรคหัวใจมี 70%
- คนที่เป็นความดันสูงที่ไม่ได้มีสาเหตุมาจากโรคหัวใจมี 10%
- คนที่เป็นโรคหัวใจแต่ไม่เป็นจังหวะเนื่องจากโรคหัวใจมี 80%
- คนที่เป็นโรคหัวใจแต่ไม่เป็นจังหวะที่ไม่ได้มีสาเหตุมาจากโรคหัวใจมี 10%

□ จงเขียน Bayesian network ให้สมบูรณ์

แบบฝึกหัด 2

- กฎข้อที่ 1
 - IF วันนี้ฝนตก
THEN พรุ่งนี้ฝนจะตก {CF 0.5}
- กฎข้อที่ 2
 - IF วันนี้ฝนไม่ตก
THEN พรุ่งนี้ฝนจะไม่ตก {CF 0.5}
- กฎข้อที่ 3
 - IF วันนี้ฝนตก
AND มีความชื้นในอากาศต่ำ
THEN พรุ่งนี้ฝนจะไม่ตก {CF 0.6}
- หาค่า CF และตีความหมายการพยากรณ์ดังนี้
 - หากวันนี้ฝนตกอย่างแน่นอนอากาศวันพรุ่งนี้จะเป็นเช่นไร
 - หากวันนี้ไม่น่าจะเป็นไปได้ที่ฝนไม่ตกแล้วอากาศวันพรุ่งนี้จะเป็นเช่นไร
 - ถ้าวันนี้มีความเป็นไปได้ว่าฝนจะตกและไม่มีมีความชื้นในอากาศต่ำอย่างแน่นอน ผลของการอนุมานจะเป็นจริงในช่วงเวลาหนึ่ง ถ้ามีเหตุผล

แบบฝึกหัด 3

จากกฎต่อไปนี้

- Rule: 1
if วันนี้ฝนตก
then พรุ่งนี้ฝนจะตก {cf 0.5}
- Rule: 2
if วันนี้อากาศแห้ง
then พรุ่งนี้อากาศจะแห้ง {cf 0.5}
- Rule: 3
if วันนี้ฝนตก
and ฝนตกเบา
then พรุ่งนี้อากาศจะแห้ง {cf 0.6}

- Rule: 4
if วันนี้ฝนตก
and ฝนตกเบา
and อุณหภูมิหนาว
then พรุ่งนี้อากาศจะแห้ง {cf 0.7}
- Rule: 5
if วันนี้อากาศแห้ง
and อุณหภูมิอุ่น
then พรุ่งนี้ฝนจะตก {cf 0.65}
- Rule: 6
if วันนี้อากาศแห้ง
and อุณหภูมิอุ่น
and มีเมฆมาก
then พรุ่งนี้ฝนจะตก {cf 0.55}

จงหาค่าความไม่แน่นอนของอากาศ
วันพรุ่งนี้ถ้า

1. วันนี้ฝนตก
2. วันนี้ฝนตก
และฝนตกเบา(CF 0.8)
3. วันนี้ฝนตก
และฝนตกเบา(CF 0.8)
และอุณหภูมิหนาว(CF 0.9)